

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la nube de puntos (x_k, y_k) y sus pesos w_k dada por la siguiente tabla, encontrar la función del tipo $y = A x^{-6} + B \cos(2 \pi x)$ que mejor se ajuste por mínimos cuadrados. Obtener asimismo la estimación para $x=1.4$. Calcular los resultados con cuatro decimales exactos.

w_k	1	1	1	1
x_k	1	4/3	5/3	2
y_k	-4.3054442	-3.2656277	-.13068972	1.0142571

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} -6.8 & 1.56 & -2.7 \end{bmatrix}$$

Solution:

Sabemos que el elemento (i,j) de la matriz normal viene dado por:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n w_k \phi_i(x_k) \phi_j(x_k), \quad i,j=1,\dots,m$$

siendo n el número de puntos, m el número de funciones que intervienen en el ajuste, ϕ_i la i -ésima función básica que interviene, y w_k el peso correspondiente al punto/observación (x_k, y_k) , $k=1,\dots,n$. La función que buscamos es del tipo: (véase <http://pcm.dis.ulpgc.es/an/tutor/ajuste.pdf>)

$$\Phi(x) = c_1 \phi_1(x) + c_2 \phi_2(x) + \dots + c_m \phi_m(x)$$

donde hay que obtener el valor de los coeficientes c_i , $i=1,\dots,m$. El sistema de ecuaciones normales es:

$$\begin{bmatrix} 1.03409728 & .90330774 \\ .90330774 & 2.50000000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.87690546 \\ -1.59302838 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es simétrica y definida positiva, por lo que se puede utilizar Cholesky para resolver el sistema. Las soluciones son:

$$A = -6.07777121$$

$$B = 1.55882776$$

por lo que la función obtenida es por tanto:

$$\Phi(x) = -6.7777121 x^{-6} + 1.55882776 \cos(2 \pi x)$$

El valor de la función ajustada en el punto pedido es $\Phi(1.4) = -2.6830882$. Para calcular el error cuadrático, añadimos una nueva línea a la tabla inicial de datos, la de los valores de la función obtenida en las abscisas x_k de los datos, obteniendo:

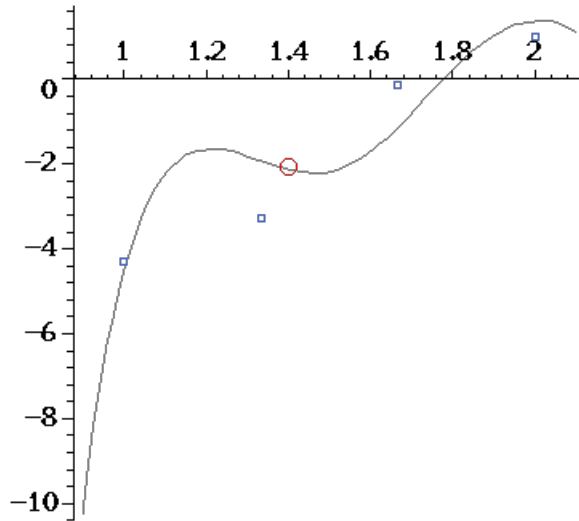
w_k	1	1	1	1
x_k	1	4/3	5/3	2
y_k	-4.3054442	-3.2656277	-.13068972	1.0142571

$\Phi(x_k)$ -4.51894345 -1.86112658 -1.06297838 1.46386259

Y por tanto, el error cuadrático es:

$$E = \left(\sum_{k=1}^n w_k (y_k - \Phi(x_k))^2 \right)^{1/2} = 1.757700933$$

La gráfica de la función ajustada, de los puntos que intervienen en el ajuste y del punto donde se quiere estimar la función son:



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).