

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la nube de puntos (x_k, y_k) y sus pesos w_k dada por la siguiente tabla, encontrar la función del tipo $y = A x + B x^3 + C x^4$ que mejor se ajuste por mínimos cuadrados. Obtener asimismo la estimación para $x=1.1$. Calcular los resultados con cuatro decimales exactos.

w_k	1	1	1	1
x_k	.1	.5666666667	1.033333333	1.500000000
y_k	.68278033	.68522954	-4.3620443	-20.632756

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 3.67 & -6.71 & -0.690 & -5.90 \end{bmatrix}$$

Solution:

Sabemos que el elemento (i,j) de la matriz normal viene dado por:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n w_k \phi_i(x_k) \phi_j(x_k), \quad i,j=1,\dots,m$$

siendo n el número de puntos, m el número de funciones que intervienen en el ajuste, ϕ_i la i -ésima función básica que interviene, y w_k el peso correspondiente al punto/observación (x_k, y_k) , $k=1,\dots,n$. La función que buscamos es del tipo: (véase <http://pcm.dis.ulpgc.es/an/tutor/ajuste.pdf>)

$$\Phi(x) = c_1 \phi_1(x) + c_2 \phi_2(x) + \dots + c_m \phi_m(x)$$

donde hay que obtener el valor de los coeficientes c_i , $i=1,\dots,m$. El sistema de ecuaciones normales es:

$$\begin{bmatrix} 3.64888889 & 6.30586173 & 8.83034469 \\ 6.30586173 & 12.64116269 & 18.36270727 \\ 8.83034469 & 18.36270727 & 26.93947903 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -35.00000500 \\ -74.32313275 \\ -109.3559854 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es simétrica y definida positiva, por lo que se puede utilizar Cholesky para resolver el sistema. Las soluciones son:

$$A = 3.67082494$$

$$B = -6.70808391$$

$$C = -0.69014155$$

por lo que la función obtenida es por tanto:

$$\Phi(x) = 3.67082494 x - 6.70808391 x^3 - 0.69014155 x^4$$

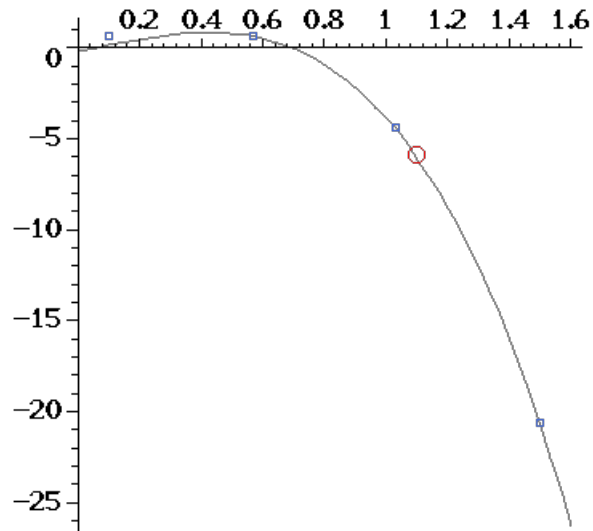
El valor de la función ajustada en el punto pedido es $\Phi(1.1) = -5.900988493$. Para calcular el error cuadrático, añadimos una nueva línea a la tabla inicial de datos, la de los valores de la función obtenida en las abscisas x_k de los datos, obteniendo:

w_k	1	1	1	1
x_k	.1	.5666666667	1.033333333	1.500000000
y_k	.68278033	.68522954	-4.3620443	-20.632756
$\Phi(x_k)$.36030540	.78834919	-4.39517971	-20.62738739

Y por tanto, el error cuadrático es:

$$E = \left(\sum_{k=1}^n w_k (y_k - \Phi(x_k))^2 \right)^{1/2} = 0.3402212811$$

La gráfica de la función ajustada, de los puntos que intervienen en el ajuste y del punto donde se quiere estimar la función son:



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).