

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener el polinomio de interpolación usando la fórmula de interpolación de Newton en diferencias divididas con los datos de la tabla que aparece a continuación, e interpolar en el punto $x = 3$.

x_k	-4	6	2
y_k	-20	-30	-2

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$x - x^2$$

This can be entered as:

$x - x^2$

Solution:

Sabemos que si tenemos los $n+1$ puntos (x_i, y_i) , $i=0 \dots n$, y queremos calcular el polinomio que interpola en dichos puntos utilizando la fórmula de interpolación de Newton en diferencias divididas, hemos de usar: (ver p.e. el tutorial <http://pcm.dis.ulpgc.es/an/tutor/newton.pdf>)

$$p_n(x) = f[x_0] + \sum_{i=1}^n f[x_0, x_1, \dots, x_i] \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

O también:

$$p_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, x_1, \dots, x_n](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

en las que aparecen las diferencias divididas $f[x_0, \dots, x_i]$, obtenidas a partir de los valores proporcionados por la tabla inicial. Calculamos entonces la tabla de diferencias divididas:

x_k	y_k	$f[x_k x_{k+1}]$	$f[x_k x_{k+2}]$
-4	-20		
6	-30	-1	
2	-2	-7	-1

donde se ha expresado por brevedad la diferencia dividida $f[x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+p}]$ como $f[x_k | x_{k+p}]$. La diagonal de la tabla de diferencias divididas, en color rojo, es entonces: $[-20, -1, -1]$, que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, los polinomios de Newton son los siguientes:

$$p_0(x) = -20 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$p_1(x) = -1(x+4) + p_0(x) = -x - 24 \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$p_2(x) = -(x+4)(x-6) + p_1(x) = x - x^2 \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

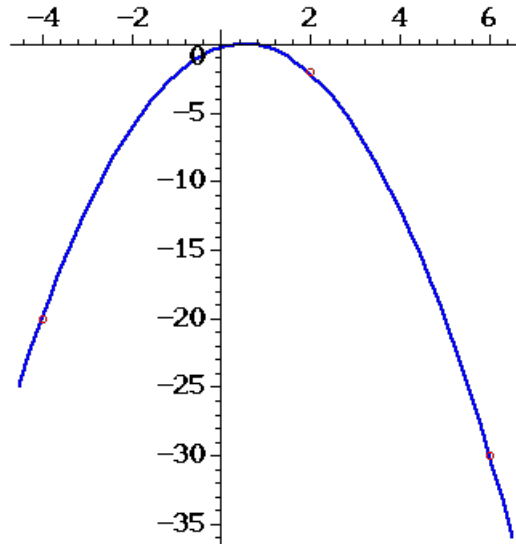
O también:

$$p(x) = -20 - 1(x+4) - 1(x+4)(x-6) = x - x^2$$

La gráfica del polinomio de interpolación:

$$p(x) = x - x^2$$

y de los puntos (x_i, y_i) , $i=0 \dots 2$ es la que viene a continuación



Si se quiere interpolar en un punto concreto, lo mejor es tomar el polinomio de interpolación en su forma de Newton y reordenarlo al estilo Ruffini-Horner expresando el polinomio como:

$$p(x) = -20 + (x+4) (-1 + (x-6) (-1))$$

lo que supone realizar a lo sumo 4 sumas/restas y 2 multiplicaciones para interpolar en un punto x . Para interpolar entonces en $x = 3$, basta sustituir la x de la expresión reordenada anterior por su valor 3 para obtener $p(3) = -6$.

Si se tuviera el polinomio en su forma normal, como combinación lineal de $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$, deberíamos usar el algoritmo clásico de Ruffini-Horner, ya que supondría 2 sumas y 2 multiplicaciones, como se ve a continuación. En este caso, para obtener el valor en $x = 3$ del polinomio de interpolación $p(x) = x - x^2$ colocamos los coeficientes de mayor a menor exponente y operamos de la forma usual:

3	-1	1	0
	-1	-2	-6

o bien

$$p(3) = (-1 \cdot 3 + 1) \cdot 3 + 0 = -6$$

obteniendo el mismo resultado que antes, $p(3) = -6$, con el mismo número de multiplicaciones y la mitad de sumas/restas.



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	3.00	-
Total	3.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).