

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener el polinomio de interpolación usando la fórmula de interpolación de Newton en diferencias divididas con los datos de la tabla que aparece a continuación, e interpolar en el punto $x = -4$.

x_k	2	-3	5	-7
y_k	-15	15	-153	291

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$-3 - x^2 - x^3$$

This can be entered as:

$$-3 - x^2 - x^3$$

Solution:

Sabemos que si tenemos los $n+1$ puntos (x_i, y_i) , $i=0 \dots n$, y queremos calcular el polinomio que interpola en dichos puntos utilizando la fórmula de interpolación de Newton en diferencias divididas, hemos de usar: (ver p.e. el tutorial <http://pcm.dis.ulpgc.es/an/tutor/newton.pdf>)

$$p_n(x) = f[x_0] + \sum_{i=1}^n f[x_0, x_1, \dots, x_i] \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

O también:

$$p_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, x_1, \dots, x_n](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

en las que aparecen las diferencias divididas $f[x_0, \dots, x_i]$, obtenidas a partir de los valores proporcionados por la tabla inicial. Calculamos entonces la tabla de diferencias divididas:

x_k	y_k	$f[x_k x_{k+1}]$	$f[x_k x_{k+2}]$	$f[x_k x_{k+3}]$
2	-15			
-3	15	-6		
5	-153	-21	-5	
-7	291	-37	4	-1

donde se ha expresado por brevedad la diferencia dividida $f[x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+p}]$ como $f[x_k || x_{k+p}]$. La diagonal de la tabla de diferencias divididas, en color rojo, es entonces: $[-15, -6, -5, -1]$, que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, los polinomios de Newton son los siguientes:

$$p_0(x) = -15 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$p_1(x) = -6(x-2) + p_0(x) = -6x - 3 \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$p_2(x) = -5(x-2)(x+3) + p_1(x) = -5x^2 - 11x + 27 \text{ (interpola en los 3 primeros puntos)}$$

$$p_3(x) = -1(x-2)(x+3)(x-5) + p_2(x) = -3x^2 - x^3 \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

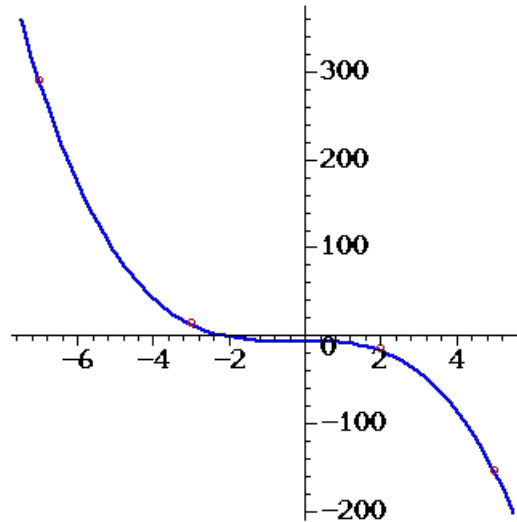
O también:

$$p(x) = -15 - 6(x-2) - 5(x-2)(x+3) - 1(x-2)(x+3)(x-5) = -3x^2 - x^3$$

La gráfica del polinomio de interpolación:

$$p(x) = -3x^2 - x^3$$

y de los puntos (x_i, y_i) , $i=0...3$ es la que viene a continuación



Si se quiere interpolar en un punto concreto, lo mejor es tomar el polinomio de interpolación en su forma de Newton y reordenarlo al estilo Ruffini-Horner expresando el polinomio como:

$$p(x) = -15 + (x-2) (-6 + (x+3) (-5 + (x-5) (-1)))$$

lo que supone realizar a lo sumo 6 sumas/restas y 3 multiplicaciones para interpolar en un punto x . Para interpolar entonces en $x = -4$, basta sustituir la x de la expresión reordenada anterior por su valor -4 para obtener $p(-4) = 45$.

Si se tuviera el polinomio en su forma normal, como combinación lineal de $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$, deberíamos usar el algoritmo clásico de Ruffini-Horner, ya que supondría 3 sumas y 3 multiplicaciones, como se ve a continuación. En este caso, para obtener el valor en $x = -4$ del polinomio de interpolación $p(x) = -3 - x^2 - x^3$ colocamos los coeficientes de mayor a menor exponente y operamos de la forma usual:

-4	-1	-1	0	-3
	-1	3	-12	45

o bien

$$p(-4) = ((-1 \cdot (-4) - 1) \cdot (-4) + 0) \cdot (-4) - 3 = 45$$

obteniendo el mismo resultado que antes, $p(-4) = 45$, con el mismo número de multiplicaciones y la mitad de sumas/restas.



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	3.00	-
Total	3.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).