

# Interpolación y Aproximación

## Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

$x_k$	1	6	-6
$y_k$	1/4	11/4	-13/4

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

0

### Solution:

Sabemos que si tenemos los  $2n+1$  puntos  $(x_i, y_i)$ ,  $i=0,1,\dots, 2n$ , y queremos calcular la función racional  $p(x)/q(x)$  (en la que tanto  $p(x)$  son de grado  $n$ ) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{\frac{x-x_0}{\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]|} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]|} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]|}$$

en las que aparecen las diferencias inversas  $\varphi[x_0,\dots,x_i]$ , obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inv definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i, x_j] = \frac{x_i - x_j}{y_i - y_j}, \quad \varphi[x_i, x_j, x_k] = \frac{x_j - x_k}{\varphi[x_i, x_j] - \varphi[x_i, x_k]}, \quad \varphi[x_i, \dots, x_l, x_m, x_n] = \frac{x_m - x_n}{\varphi[x_i, \dots, x_l, x_m] - \varphi[x_i, \dots, x_l, x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas, y observamos que la columna 3 tiene sus 2 elementos iguales, por lo que param cálculos en dicha columna

$x_k$	$y_k$	$\varphi[x_0, x_k]$	$\varphi[x_0, x_1, x_k]$
1	1/4		
6	11/4	2	
-6	-13/4	2	

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por  $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$ , en la que  $k > i$ . La diagonal de la tabla de diferencias  $i$  color rojo, es entonces: [1/4, 2], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, la

$$-1/4 + 1/2 x$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$$\Phi^{0,0}(x) = 1/4 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$\Phi^{1,0}(x) = 1/4 + (x-1)/(2) = -1/4 + 1/2 x \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = 1/4 + \frac{x-1}{2}$$

O también:

$$R(x) = 1/4 + \frac{x-1}{2}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = -1/4 + 1/2 x$$

[Creative Commons License, Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0](#)

(cc) Jesús García Q

---

**Mark summary:**

Question	Value	Your mark
<a href="#">1</a>	1.00	-
Total	1.00	0.00

---

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

---

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).