

# Interpolación y Aproximación

**Question 1**

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

$x_k$	2	-5	-6	7	-1
$y_k$	1/4	-1/10	-1/12	1/14	-1/2

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$1/2 x^{-1}$$

This can be entered as:

1/2/x

**Solution:**

Sabemos que si tenemos los  $2n+1$  puntos  $(x_i, y_i)$ ,  $i=0,1,\dots, 2n$ , y queremos calcular la función racional  $p(x)/q(x)$  (en la que tanto  $p(x)$  son de grado  $n$ ) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\frac{\varphi[x_0,x_1]}{\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]|} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]|} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]|}$$

en las que aparecen las diferencias inversas  $\varphi[x_0,\dots,x_i]$ , obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inv definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i, x_j] = \frac{x_i - x_j}{y_i - y_j}, \quad \varphi[x_i, x_j, x_k] = \frac{x_j - x_k}{\varphi[x_i, x_j] - \varphi[x_i, x_k]}, \quad \varphi[x_i, \dots, x_l, x_m, x_n] = \frac{x_m - x_n}{\varphi[x_i, \dots, x_l, x_m] - \varphi[x_i, \dots, x_l, x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas, y observamos que la columna 4 tiene sus 3 elementos iguales, por lo que param cálculos en dicha columna

$x_k$	$y_k$	$\varphi[x_0, x_k]$	$\varphi[x_0, x_1, x_k]$	$\varphi[x_0, \dots, x_2, x_k]$	$\varphi[x_0, \dots, x_3, x_k]$
2	1/4				
-5	-1/10	20			
-6	-1/12	24	-1/4		
7	1/14	-28	-1/4		
-1	-1/2	4	-1/4		

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por  $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$ , en la que  $k > i$ . La diagonal de la tabla de diferencias  $i$  color rojo, es entonces: [1/4, 20, -1/4], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tar ecuación es

$$1/4 - 1/4 \frac{x-2}{x}$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$\Phi^{0,0}(x) = 1/4$  (interpola en el primer punto)

$\Phi^{1,0}(x) = 1/4 + (x-2)/(20) = 3/20 + 1/20 x$  (interpola en los 2 primeros puntos)

$\Phi^{1,1}(x) = 1/4 - 1/4 [(x-2)/x] = 1/2 x^{-1}$  (interpola en **todos** los puntos)

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = 1/4 + \frac{x-2}{20 + \frac{x+5}{-1/4}}$$

O también:

$$R(x) = 1/4 + \frac{x-2}{20} + \frac{x+5}{-1/4}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = 1/2 x^{-1}$$



(cc) Jesús García Q

---

**Mark summary:**

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

---

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

---

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).