

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

x_k	1	7	-4	0
y_k	2	-5/2	-1/7	1

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\frac{-x-3}{x-3}$$

This can be entered as:

$(-x-3)/(x-3)$

Solution:

Sabemos que si tenemos los $2n+1$ puntos (x_i, y_i) , $i=0, 1, \dots, 2n$, y queremos calcular la función racional $p(x)/q(x)$ (en la que tanto $p(x)$ como $q(x)$ son de grado n) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{\frac{x-x_0}{\varphi[x_0, x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0, x_1, x_2]} + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0, x_1, x_2, x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0, \dots, x_{2n}]}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\varphi[x_0, x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0, x_1, x_2]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0, \dots, x_{2n}]}$$

en las que aparecen las diferencias inversas $\varphi[x_0, \dots, x_i]$, obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inversas definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i, x_j] = \frac{x_i - x_j}{y_i - y_j}, \quad \varphi[x_i, x_j, x_k] = \frac{x_j - x_k}{\varphi[x_i, x_j] - \varphi[x_i, x_k]}, \quad \varphi[x_i, \dots, x_l, x_m, x_n] = \frac{x_m - x_n}{\varphi[x_i, \dots, x_l, x_m] - \varphi[x_i, \dots, x_l, x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas, y observamos que la columna 4 tiene sus 2 elementos iguales, por lo que paramos los cálculos en dicha columna

x_k	y_k	$\varphi[x_0, x_k]$	$\varphi[x_0, x_1, x_k]$	$\varphi[x_0, \dots, x_2, x_k]$
1	2			
7	-5/2	-4/3		
-4	-1/7	7/3	-3	
0	1	1	-3	

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por $\varphi[x_0, \dots, x_i, x_k]$, en la que $k > i$. La diagonal de la tabla de diferencias inversas, es entonces: [2, -4/3, -3], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto es

$$2 + \frac{-1+x}{1-1/3 x}$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$\Phi^{0,0}(x) = 2$ (interpola en el primer punto)

$\Phi^{1,0}(x) = 2 + (x-1)/(-4/3) = 11/4 - 3/4 x$ (interpola en los 2 primeros puntos)

$\Phi^{1,1}(x) = 2 + [(-1+x)/(1-1/3 x)] = -[(3+x)/(x-3)]$ (interpola en **todos** los puntos)

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = 2 + \frac{x-1}{-4/3 + \frac{x-7}{-3}}$$

O también:

$$R(x) = 2 + \frac{x-1}{-4/3} + \frac{x-7}{-3}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = -\frac{3+x}{x-3}$$



(cc) Jesús García Q

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).