

# Interpolación y Aproximación

**Question 1**

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

$x_k$	2	6	1	-5	7	-7	4
$y_k$	0	1/13	2	-14/71	10/143	-18/143	1/11

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\frac{-4+2x}{-4+3x^2}$$

This can be entered as:

$(-4+2*x)/(-4+3*x^2)$

**Solution:**

Sabemos que si tenemos los  $2n+1$  puntos  $(x_i, y_i)$ ,  $i=0,1,\dots, 2n$ , y queremos calcular la función racional  $p(x)/q(x)$  (en la que tanto  $p(x)$  como  $q(x)$  son de grado  $n$ ) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

en las que aparecen las diferencias inversas  $\varphi[x_0,\dots,x_i]$ , obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inversas se definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i,x_j] = \frac{x_i-x_j}{y_i-y_j}, \quad \varphi[x_i,x_j,x_k] = \frac{x_j-x_k}{\varphi[x_i,x_j]-\varphi[x_i,x_k]}, \quad \varphi[x_i,\dots,x_l,x_m,x_n] = \frac{x_m-x_n}{\varphi[x_i,\dots,x_l,x_m]-\varphi[x_i,\dots,x_l,x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas, y observamos que la columna 6 tiene sus 3 elementos iguales, por lo que paramos los cálculos en dicha columna

$x_k$	$y_k$	$\varphi[x_0,x_k]$	$\varphi[x_0,x_1,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_2,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_3,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_4,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_5,x_k]$
2	0						
6	1/13	52					
1	2	-1/2	2/21				
-5	-14/71	71/2	2/3	-21/2			
7	10/143	143/2	2/39	-273/2	-2/21		
-7	-18/143	143/2	-2/3	21/2	-2/21		
4	1/11	22	1/15	-105	-2/21		

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por  $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$ , en la que  $k > i$ . La diagonal de la tabla de diferencias inversas, en color rojo, es entonces:  $[0, 52, 2/21, -21/2, -2/21]$ , que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, la ecuación es

$$(x-2) \left( 52 + (x-6) \left( \frac{2}{21} + (x-1) \left( -\frac{21}{2} \right) \right) \right)^{-1}$$

$$\left( \left( \frac{\quad}{-63-21/2 x} \right) \right)$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$$\Phi^{0,0}(x) = 0 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$\Phi^{1,0}(x) = 0 + (x-2)/(52) = 1/52 x - 1/26 \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{1,1}(x) = [(x-2)/(-11+21/2 x)] = 2 [(x-2)/(-22+21 x)] \text{ (interpola en los 3 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{2,1}(x) = (x-2) (52 + [(x-6)/(4/21 - 2/21 x)])^{-1} = 2 [(x-2)^2 / (83x - 82)] \text{ (interpola en los 4 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{2,2}(x) = (x-2) (52 + (x-6) (2/21 + [(x-1)/(-63-21/2 x)])^{-1})^{-1} = 2 [(x-2)/(-4+3x^2)] \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = 0 + \frac{\frac{x-2}{x-6}}{52 + \frac{2/21 + \frac{x-1}{-21/2 + [(x+5)/(-2/21)]}}$$

O también:

$$R(x) = 0 + \frac{x-2}{52} + \frac{x-6}{2/21} + \frac{x-1}{-21/2} + \frac{x+5}{-2/21}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = 2 \frac{x-2}{-4+3x^2}$$



(cc) Jesús García Quesada 2010

---

#### Mark summary:

Question	Value	Your mark
<a href="#">1</a>	1.00	-
Total	1.00	0.00

---

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

---

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).