

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

x_k	1	7	3	-7	4
y_k	5/2	161/20	33/8	-133/22	56/11

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\frac{3x^2 + 2x}{3x - 1}$$

This can be entered as:

$$(3*x^2+2*x)/(3*x-1)$$

Solution:

Sabemos que si tenemos los $2n+1$ puntos (x_i, y_i) , $i=0,1,\dots, 2n$, y queremos calcular la función racional $p(x)/q(x)$ (en la que tanto $p(x)$ como $q(x)$ son de grado n) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

en las que aparecen las diferencias inversas $\varphi[x_0,\dots,x_i]$, obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inversas se definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i,x_j] = \frac{x_i-x_j}{y_i-y_j}, \quad \varphi[x_i,x_j,x_k] = \frac{x_j-x_k}{\varphi[x_i,x_j]-\varphi[x_i,x_k]}, \quad \varphi[x_i,\dots,x_l,x_m,x_n] = \frac{x_m-x_n}{\varphi[x_i,\dots,x_l,x_m]-\varphi[x_i,\dots,x_l,x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas, y observamos que la columna 5 tiene sus 2 elementos iguales, por lo que paramos los cálculos en dicha columna

x_k	y_k	$\varphi[x_0,x_k]$	$\varphi[x_0,x_1,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_2,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_3,x_k]$
1	5/2				
7	161/20	40/37			
3	33/8	16/13	-481/18		
-7	-133/22	44/47	1739/18	-3/37	
4	56/11	22/19	-703/18	-3/37	

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$, en la que $k > i$. La diagonal de la tabla de diferencias inversas, en color rojo, es entonces: [5/2, 40/37, -481/18, -3/37], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, la ecuación es

$$5/2 + (x-1) \left(40/37 + \frac{x-7}{185/18 - 37/3 x} \right)^{-1}$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$$\Phi^{0,0}(x) = 5/2 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$\Phi^{1,0}(x) = 5/2 + (x-1)/(40/37) = 63/40 + 37/40 x \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{1,1}(x) = 5/2 + (x-1) \left([646/481] - [18/481] x \right)^{-1} = -[(567+218 x)/(-323+9 x)] \text{ (interpola en los 3 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{2,1}(x) = 5/2 + (x-1) \left(40/37 + [(x-7)/(185/18 - 37/3 x)] \right)^{-1} = [(x(2+3x))/(3x-1)] \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = 5/2 + \frac{\frac{x-1}{x-7}}{40/37 + \frac{-[481/18] + \frac{x-3}{-3/37}}{x-7}}$$

O también:

$$R(x) = 5/2 + \frac{x-1}{40/37} + \frac{x-7}{481} + \frac{x-3}{-3/37}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = \frac{x(2+3x)}{3x-1}$$



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).