

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

x_k	5	6	-1
y_k	4/17	1/5	-4

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$4 (2+3 x)^{-1}$$

This can be entered as:

$$4/(2+3*x)$$

Solution:

Sabemos que si tenemos los $2n+1$ puntos (x_i, y_i) , $i=0,1,\dots, 2n$, y queremos calcular la función racional $p(x)/q(x)$ (en la que tanto $p(x)$ como $q(x)$ son de grado n) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

en las que aparecen las diferencias inversas $\varphi[x_0,\dots,x_i]$, obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inversas se definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i,x_j] = \frac{x_i-x_j}{y_i-y_j}, \quad \varphi[x_i,x_j,x_k] = \frac{x_j-x_k}{\varphi[x_i,x_j]-\varphi[x_i,x_k]}, \quad \varphi[x_i,\dots,x_l,x_m,x_n] = \frac{x_m-x_n}{\varphi[x_i,\dots,x_l,x_m]-\varphi[x_i,\dots,x_l,x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas

x_k	y_k	$\varphi[x_0,x_k]$	$\varphi[x_0,x_1,x_k]$
5	4/17		
6	1/5	-85/3	
-1	-4	17/12	-4/17

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$, en la que $k > i$. La diagonal de la tabla de diferencias inversas, en color rojo, es entonces: [4/17, -85/3, -4/17], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, la ecuación es

$$4/17 + \frac{x-5}{-17/6-17/4 x}$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$$\Phi^{0,0}(x) = 4/17 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$\phi^{1,0}(x) = 4/17 + (x-5)/(-85/3) = 7/17 - 3/85 x \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$\phi^{1,1}(x) = 4/17 + [(x-5)/(-17/6 - 17/4 x)] = 4 (2+3x)^{-1} \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = 4/17 + \frac{x-5}{-85/3 + \frac{x-6}{-4/17}}$$

O también:

$$R(x) = 4/17 + \frac{x-5}{-85/3} + \frac{x-6}{-4/17}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = 4 (2+3x)^{-1}$$



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).