

# Raices

## Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función  $f(x) = \cos(x+1) - \sin(x+1) + 0.8$  en el intervalo  $[-1, 1]$  por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial  $x_0 = -1$ . Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 0.387 & 0.387 \end{bmatrix}$$

### Solution:

Dada  $x_n$ , la aproximación más reciente a un cero  $\alpha$  de la función  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje  $x$  de la tangente a  $f$  en el punto  $(x_n, f(x_n))$ , tomando ese punto de intersección  $x_{n+1}$  como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2 f'(\alpha)}$$

Partiendo de  $x_0 = -1$  para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -1 - \frac{1.8}{-1} = 0.8$$

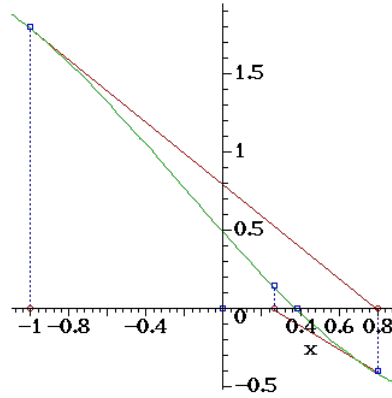
y las iteraciones que se obtienen son:

NEWTON-RAPHSON						
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k  /  x_k $	$ e_k $	$ e_k  /  e_{k-1} ^2$
0	-1.0000000000000000	1.8000000000000000	-1.0000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	0.8000000000000000	-0.401049725571282	-0.746645536185108	2.2500000000	1.8000000000	0.0000000000
2	0.262864631026396	0.150125783273478	-1.256050756312853	2.0433915619	0.5371353690	0.1657825213
3	0.382386698521641	0.004993556070203	-1.169600253980008	0.3125685803	0.1195220675	0.4142672449
4	0.386656153878897	0.000007260947337	-1.166195359904600	0.0110419951	0.0042694554	0.2988658430
5	0.386662380063280	0.000000000015506	-1.166190378979697	0.0000161024	0.0000062262	0.3415678800
6	0.386662380076577	-0.000000000000000	-1.166190378969060	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
7	0.386662380076577	0.000000000000000	-1.166190378969060	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 6. Como es  $f(x) = -\sin(x+1) - \cos(x+1)$  y  $f'(x) = -\cos(x+1) + \sin(x+1)$ , siendo la aproximación a la raíz  $\alpha = 0.38666238007657662875$ , la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.3429971702850176748, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje  $x$ , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión  $\{x_n\}$  sobre el eje  $x$  con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

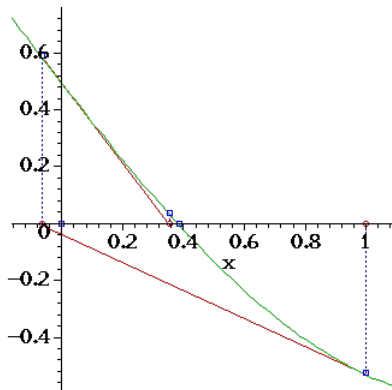
*Sugerencia:* asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de  $x_0 = 1$ , las iteraciones son:

NEWTON-RAPHSON						
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k  /  x_k $	$ e_k $	$ e_k  /  e_{k-1} ^2$
0	1.0000000000000000	-0.525444263372824	-0.493150590278539	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	-0.065484405232172	0.589896773721211	-1.398519443664350	16.2708113703	1.0654844052	0.0000000000
2	0.356316504575406	0.035751957431004	-1.189926438663104	1.1837815661	0.4218009098	0.3715466218
3	0.386362023583431	0.000350308932909	-1.166430611556601	0.0777651973	0.0300455190	0.1688747372
4	0.386662349148826	0.000000036067646	-1.166190403711260	0.0007767127	0.0003003256	0.3326847415
5	0.386662380076576	0.000000000000000	-1.166190378969060	0.0000000800	0.0000000309	0.3428970313
6	0.386662380076577	-0.000000000000000	-1.166190378969060	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
7	0.386662380076577	-0.000000000000000	-1.166190378969060	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
----------	-------	-----------