

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = 5^x - 0.1$ en el intervalo $[-2, -1]$ por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial $x_0 = -2$. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} -1.43 & -1.43 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dada x_n , la aproximación más reciente a un cero α de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje x de la tangente a f en el punto $(x_n, f(x_n))$, tomando ese punto de intersección x_{n+1} como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2 f'(\alpha)}$$

Partiendo de $x_0 = -2$ para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -2 - \frac{-0.06}{1/25 \ln(5)} = -1.67997598$$

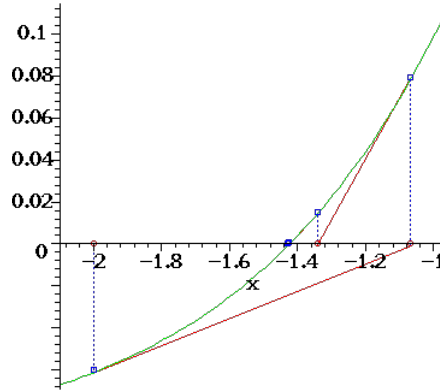
y las iteraciones que se obtienen son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	-2.0000000000000000	-0.0600000000000000	0.064377516497364	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	-1.067997598160582	0.079267562813523	0.288520012061745	0.8726633875	0.9320024018	0.0000000000
2	-1.342736124084943	0.015204044307905	0.185413756574880	0.2046109589	0.2747385259	0.3162900287
3	-1.424736751162279	0.000960559080721	0.162489751445054	0.0575549322	0.0820006271	1.0863707052
4	-1.430648256793730	0.000004555018984	0.160951122263654	0.0041320469	0.0059115056	0.8791515792
5	-1.430676557428853	0.000000000103735	0.160943791410365	0.0000197813	0.0000283006	0.8098413854
6	-1.430676558073393	0.000000000000000	0.160943791243410	0.0000000005	0.0000000006	0.8047433922
7	-1.430676558073393	-0.000000000000000	0.160943791243410	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 6. Como es $f(x) = 5^x - 0.1$ y $f'(x) = 5^x \ln(5)$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = -1.4306765580733930503$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.8047189562170501873, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje x , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

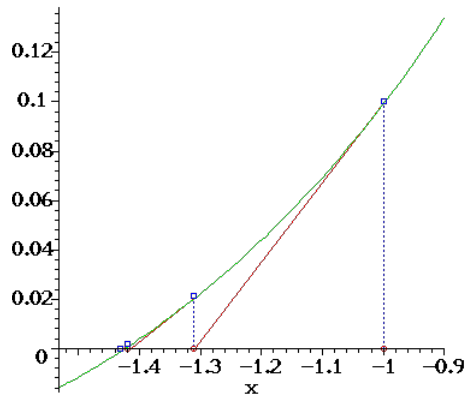
Sugerencia: asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de $x_0 = -1$, las iteraciones son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	-1.0000000000000000	0.1000000000000000	0.321887582486820	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	-1.310667467279806	0.021306131942527	0.195234687759036	0.2370299676	0.3106674673	0.0000000000
2	-1.419798340420666	0.001766197607410	0.163786376633627	0.0768636433	0.1091308731	1.1307226095
3	-1.430581884471836	0.000015238289275	0.160968316323889	0.0075378726	0.0107835441	0.9054537191
4	-1.430676550860990	0.000000001160791	0.160943793111632	0.0000661690	0.0000946664	0.8140906722
5	-1.430676558073393	0.000000000000000	0.160943791243410	0.0000000050	0.0000000072	0.8048006987
6	-1.430676558073393	-0.000000000000000	0.160943791243410	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-