

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = 3^x - 3.7$ en el intervalo $[0,2]$ por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial $x_0 = 0$. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\left[\begin{array}{c} 1.20 \\ 1.19 \end{array} \right]$$

Solution:

Dada x_n , la aproximación más reciente a un cero α de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje x de la tangente a f en el punto $(x_n, f(x_n))$, tomando ese punto de intersección x_{n+1} como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2 f'(\alpha)}$$

Partiendo de $x_0=0$ para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \frac{-2.7}{\ln(3)} = 2.457645912$$

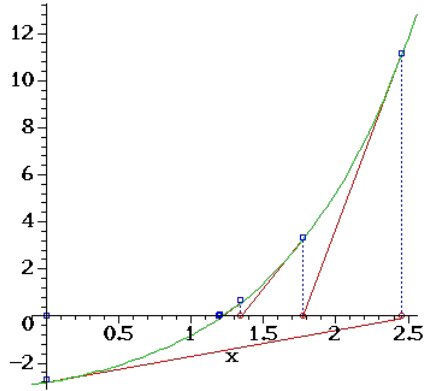
y las iteraciones que se obtienen son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	0.0000000000000000	-2.7000000000000000	1.098612288668110	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	2.457645911892461	11.179731724872834	16.347056125030024	1.0000000000	2.4576459119	0.0000000000
2	1.773747132848396	3.319278234384399	7.711465325875293	0.3855672358	0.6838987790	0.1132278355
3	1.343312955410447	0.674447037272777	4.805821271275678	0.3204273254	0.4304341774	0.9202865846
4	1.202973354913038	0.049420559766839	4.119159502344712	0.1166606059	0.1403396005	0.7574722724
5	1.190975625828086	0.000324276247688	4.065221721942639	0.0100738662	0.0119977291	0.6091701010
6	1.190895857424326	0.000000014208486	4.064865483681623	0.0000669818	0.0000797684	0.5541569691
7	1.190895853928888	0.000000000000000	4.064865468072006	0.0000000029	0.0000000035	0.5493382375
8	1.190895853928888	-0.000000000000000	4.064865468072006	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 7. Como es $f(x)=3^x \ln(3)$ y $f'(x)=3^x (\ln(3))^2$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 1.1908958539288882469$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.5493061443340548457, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje x , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

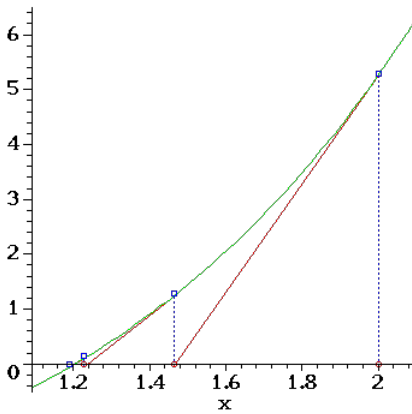
Sugerencia: asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de $x_0 = 2$, las iteraciones son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	2.0000000000000000	5.3000000000000000	9.887510598012987	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	1.463970233208640	1.294491916194843	5.487010194785189	0.3661479958	0.5360297668	0.0000000000
2	1.228050876356503	0.154154987420308	4.234222031611434	0.1921087810	0.2359193569	0.8210805422
3	1.191643955257554	0.003042181230052	4.068207645755697	0.0305518447	0.0364069211	0.6541190561
4	1.190896161266943	0.000001249288059	4.064866840555219	0.0006279254	0.0007477940	0.5641752962
5	1.190895853928940	0.000000000000211	4.064865468072238	0.0000002581	0.0000003073	0.5496070868
6	1.190895853928888	-0.000000000000000	4.064865468072006	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
7	1.190895853928888	-0.000000000000000	4.064865468072006	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
----------	-------	-----------