

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = 4x^{-1} - 1.3$ en el intervalo $[1,5]$ por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial $x_0 = 1$. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 3.738 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dada x_n , la aproximación más reciente a un cero α de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje x de la tangente a f en el punto $(x_n, f(x_n))$, tomando ese punto de intersección x_{n+1} como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2f'(\alpha)}$$

Partiendo de $x_0=1$ para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1 - \frac{2.7}{-4} = 1.675$$

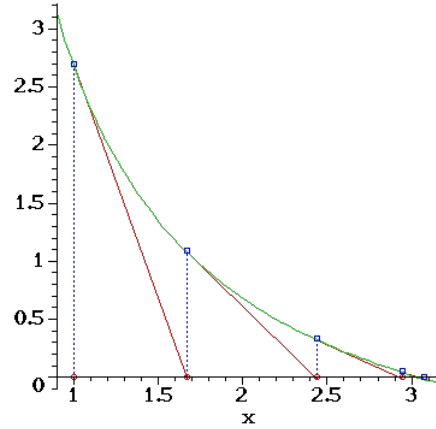
y las iteraciones que se obtienen son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	1.0000000000000000	2.7000000000000000	-4.0000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	1.6750000000000000	1.088059701492537	-1.425707284473157	0.4029850746	0.6750000000	0.0000000000
2	2.4381718750000000	0.340573431682293	-0.672870296185454	0.3130098755	0.7631718750	1.6750000000
3	2.944322070086670	0.058547028750240	-0.461412507331526	0.1719072109	0.5061501951	0.8690298507
4	3.071208593143518	0.002418861724343	-0.424073722843833	0.0413148502	0.1268865231	0.4952867158
5	3.076912463942495	0.000004483999762	-0.422502914604872	0.0018537644	0.0057038708	0.3542735144
6	3.076923076886470	0.00000000015466	-0.422500000010053	0.0000034492	0.0000106129	0.3262094309
7	3.076923076923077	0.000000000000000	-0.422500000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
8	3.076923076923077	0.000000000000000	-0.422500000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 7. Como es $f(x) = -4x^{-2}$ y $f'(x) = 8x^{-3}$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 3.76923076923076923$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.325, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje x , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

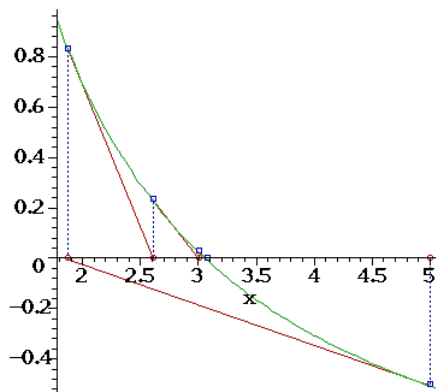
Sugerencia: asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de $x_0 = 5$, las iteraciones son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	5.000000000000000	-0.500000000000000	-0.160000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	1.875000000000000	0.833333333333333	-1.137777777777778	1.6666666667	3.1250000000	0.0000000000
2	2.607421875000000	0.234082397003745	-0.588352200199189	0.2808988764	0.7324218750	0.0750000000
3	3.005282878875732	0.030989514536611	-0.442883271951601	0.1323872061	0.3978610039	0.7416666667
4	3.075255073580792	0.000705113654994	-0.422958448172063	0.0227532979	0.0699721947	0.4420411985
5	3.076922172696653	0.000000382035776	-0.422500248323291	0.0005418074	0.0016670991	0.3404947573
6	3.076923076922811	0.000000000000112	-0.422500000000073	0.0000002939	0.0000009042	0.3253525568
7	3.076923076923077	0.000000000000000	-0.422500000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
8	3.076923076923077	0.000000000000000	-0.422500000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 6. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary: