

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = \sin(x) + \cos(x) + 0.5$ en el intervalo $[0.2, 1]$ por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial $x_0 = .2$. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} -1.15 & -1.15 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dada x_n , la aproximación más reciente a un cero α de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje x de la tangente a f en el punto $(x_n, f(x_n))$, tomando ese punto de intersección x_{n+1} como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2 f'(\alpha)}$$

Partiendo de $x_0=0.2$ para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0.2 - \frac{1.678735909}{0.781397247} = -1.948377045$$

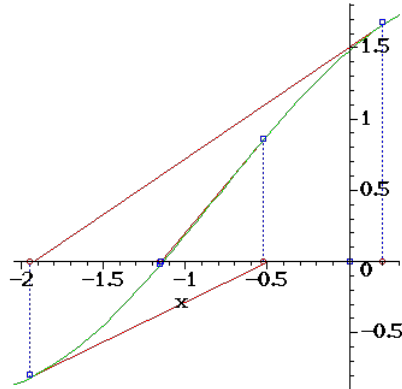
y las iteraciones que se obtienen son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	0.2000000000000000	1.678735908636303	0.781397247046180	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	-1.948377045071788	-0.798231962853780	0.560886593372333	1.1026495362	2.1483770451	0.0000000000
2	-0.52521597779367	0.863815786844122	1.366615554295718	2.7096682651	1.4231610673	0.3083422575
3	-1.157299949111954	-0.013908045359634	1.317535016959565	0.5461712599	0.6320839713	0.3120805254
4	-1.146743838511015	0.000028374201297	1.322886379624570	0.0092052909	0.0105561106	0.0264213118
5	-1.146765287217219	0.000000000115007	1.322875655575764	0.0000187037	0.0000214487	0.1924833802
6	-1.146765287304156	0.000000000000000	1.322875655532295	0.0000000001	0.0000000001	0.0000000000
7	-1.146765287304156	0.000000000000000	1.322875655532295	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 6. Como es $f(x)=\cos(x) - \sin(x)$ y $f'(x)=-\sin(x) - \cos(x)$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = -1.1467652873041561152$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.18898223650461361361, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje x , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

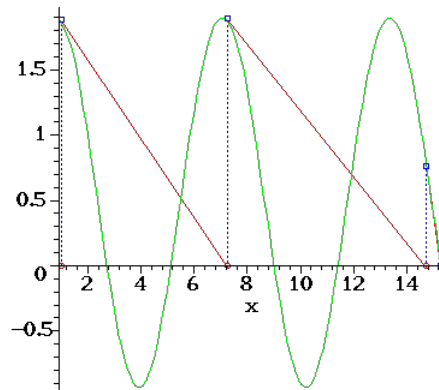
Sugerencia: asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de $x_0 = 1$, las iteraciones son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	1.000000000000000	1.881773290676036	-0.301168678939757	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	7.248237025512371	1.891452725153450	-0.252704004050267	0.8620354168	6.2482370255	0.0000000000
2	14.733091617595565	0.766355571456825	-1.388904139800119	0.5080301397	7.4848545921	0.1917204217
3	15.284861570248390	-0.001229187533884	-1.322410413436057	0.0360991135	0.5517699527	0.0098489813
4	15.283932064913741	0.000000216349024	-1.322875737304520	0.0000608159	0.0009295053	0.0030530632
5	15.283932228458221	0.000000000000007	-1.322875655532298	0.000000107	0.0000001635	0.1892919373
6	15.283932228458226	0.000000000000000	-1.322875655532295	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
7	15.283932228458226	0.000000000000000	-1.322875655532295	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
----------	-------	-----------