

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = -\sin(4x) - 0.4$ en el intervalo $[-1, 0]$ por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial $x_0 = -1$. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} -0.683 & -0.683 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dada x_n , la aproximación más reciente a un cero α de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje x de la tangente a f en el punto $(x_n, f(x_n))$, tomando ese punto de intersección x_{n+1} como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2 f'(\alpha)}$$

Partiendo de $x_0 = -1$ para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -1 - \frac{\sin(4) - 0.4}{-4 \cos(4)} = -0.5575561138$$

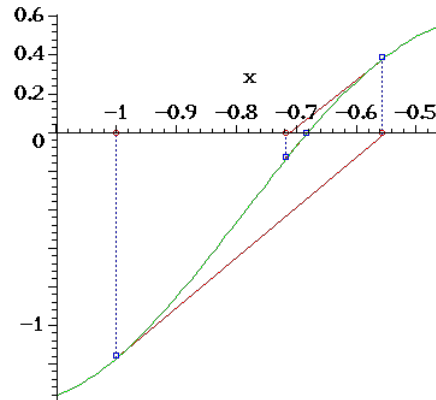
y las iteraciones que se obtienen son:

| NEWTON-RAPHSON | | | | | | |
|----------------|---------------------|--------------------|-------------------|-----------------|--------------|-----------------------|
| k | x_k | $f(x_k)$ | $f'(x_k)$ | $ e_k / x_k $ | $ e_k $ | $ e_k / e_{k-1} ^2$ |
| 0 | -1.0000000000000000 | -1.156802495307928 | 2.614574483454448 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 1 | -0.557556113765966 | 0.390342726495267 | 2.450659910068396 | 0.7935414487 | 0.4424438862 | 0.0000000000 |
| 2 | -0.716836773188175 | -0.129179231514798 | 3.850519157427132 | 0.2221993421 | 0.1592806594 | 0.8136668983 |
| 3 | -0.683288249928493 | -0.002822182599167 | 3.670966698546225 | 0.0490986392 | 0.0335485233 | 1.3223527360 |
| 4 | -0.682519465346414 | -0.000001882397699 | 3.666063842138302 | 0.0011263922 | 0.0007687846 | 0.6830584192 |
| 5 | -0.682518951880806 | -0.000000000000844 | 3.666060555966145 | 0.0000007523 | 0.0000005135 | 0.8687644267 |
| 6 | -0.682518951880576 | -0.000000000000000 | 3.666060555964672 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 7 | -0.682518951880576 | -0.000000000000000 | 3.666060555964672 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |

La convergencia se produjo en la iteración: 5. Como es $f(x) = -4 \cos(4x)$ y $f'(x) = 16 \sin(4x)$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = -0.68251895188057630478$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.872871560943969525, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje x , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

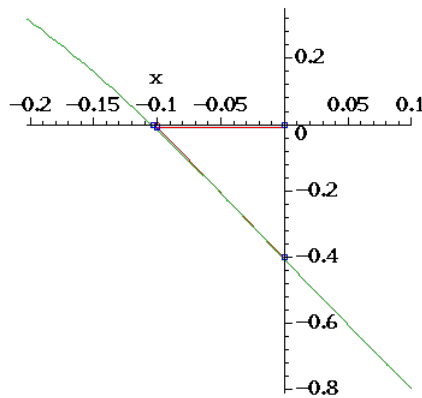
Sugerencia: asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de $x_0 = 0$, las iteraciones son:

| NEWTON-RAPHSON | | | | | | |
|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|--------------|-----------------------|
| k | x_k | $f(x_k)$ | $f'(x_k)$ | $ e_k / x_k $ | $ e_k $ | $ e_k / e_{k-1} ^2$ |
| 0 | 0.0000000000000000 | -0.4000000000000000 | -4.0000000000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 1 | -0.1000000000000000 | -0.010581657691350 | -3.684243976011540 | 1.0000000000 | 0.1000000000 | 0.0000000000 |
| 2 | -0.102872138153783 | -0.000025931537517 | -3.666105824021056 | 0.0279194951 | 0.0028721382 | 0.2872138154 |
| 3 | -0.102879211473203 | -0.000000000160095 | -3.666060556244157 | 0.0000687536 | 0.0000070733 | 0.8574575290 |
| 4 | -0.102879211516872 | 0.000000000000000 | -3.666060555964672 | 0.0000000004 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 5 | -0.102879211516872 | 0.000000000000000 | -3.666060555964672 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |

La convergencia se produjo en la iteración: 4. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary:

| Question | Value | Your mark |
|----------|-------|-----------|
| 1 | 1.50 | - |
| Total | 1.50 | 0.00 |