

# Raices

## Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener la cuarta iteración en el cálculo del logaritmo en base 8 del número 25 usando Newton-Raphson. Dar la función de iteración y el resultado numérico con seis decimales correctos. Entrar también el valor correcto a seis decimales del valor pedido. En la función de iteración sustituir  $x_n$  por  $x$ . Partir de  $x_0 = 1$ .

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\left[ \frac{1}{3} \frac{3 x \ln(2) - 1 + 25 \cdot 8^{-x}}{\ln(2)} \right]$$

### Solution:

Sabemos que la función de iteración de Newton-Raphson es :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n \geq 0$$

Como es  $\log_8 25 = x \Rightarrow 8^x = 25$ , la función a elegir es por tanto

$$f(x) = 8^x - 25$$

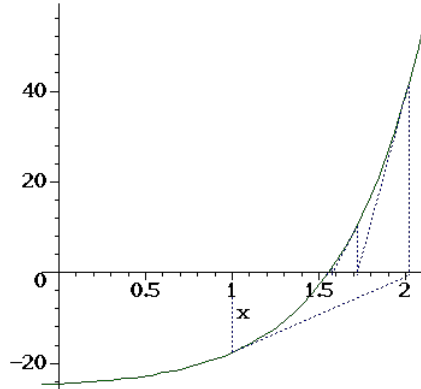
de la cual es raíz el logaritmo pedido. Como su derivada es  $3 \cdot 8^x \ln(2)$ , la función de iteración que resulta es, una vez sustituido  $x_n$  por  $x$ :

$$x - \frac{1}{3} \frac{8^x - 25}{8^x \ln(2)}, \quad \text{o bien} \quad \frac{1}{3} \frac{3 x \ln(2) - 1 + 25 \cdot 8^{-x}}{\ln(2)}$$

Las iteraciones que se obtienen son las siguientes:

NEWTON-RAPHSON				
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1}  /  x_k $
0	1.000000000000000	-17.000000000000000	16.635532333438687	0.000000000000000
1	2.021908987296349	41.983179905018117	16.635532333438687	0.505417896511169
2	1.720495380996950	10.790037319519434	139.287606888308680	0.175190011916651
3	1.575513383233123	1.474658132651054	74.423290380480354	0.092022066779470
4	1.548726987927312	0.040317739204303	55.052503922806515	0.017295750325666
5	1.547952687283902	0.000032440643104	52.069876923763939	0.000500209502377
6	1.547952063258646	0.00000000021048	51.986106000416807	0.000000403129574
7	1.547952063258242	-0.000000000000000	51.986038542039666	0.000000000000262
8	1.547952063258242	-0.000000000000000	51.986038541995898	0.000000000000000

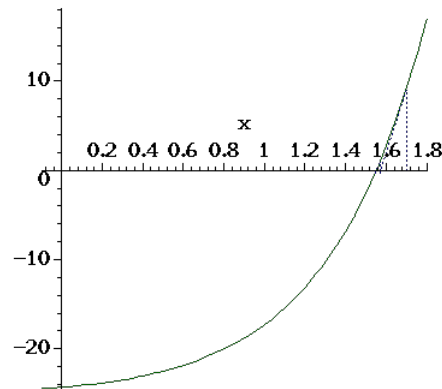
La convergencia se produjo en la iteración: 6. A continuación aparecen la función  $f(x) = 8^x - 25$ , así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



Si se parte de un valor más próximo al de la raíz, en general, el número de iteraciones necesario es menor:

NEWTON-RAPHSON				
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1}  /  x_k $
0	1.7000000000000000	9.296750801161381	71.318088360576171	0.0000000000000000
1	1.569643858733873	1.153490080682506	71.318088360576171	0.083048228132002
2	1.548434013649062	0.025067250539063	54.384653733682727	0.013697609906429
3	1.547952304679953	0.000012550561545	52.038164424102523	0.000311191092679
4	1.547952063258302	0.0000000000003150	51.986064640154945	0.000000155961968
5	1.547952063258242	-0.0000000000000000	51.986038542002449	0.000000000000039
6	1.547952063258242	-0.0000000000000000	51.986038541995898	0.0000000000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 4. A continuación aparecen la función  $f(x) = 8^x - 25$ , así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



(cc) Jesús Garcia Quesada 2011