

# Raices

## Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener la cuarta iteración en el cálculo del valor  $4^{(1/6)}$  usando Newton-Raphson. Dar la función de iteración y el resultado numérico con seis decimales correctos. Entrar también el valor correcto a seis decimales del valor pedido. En la función de iteración sustituir  $x_n$  por  $x$ . Partir de  $x_0 = 1$ .

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\left[ \begin{array}{c} 1/6 \frac{5x^6+4}{x^5} 1.26 1.26 \end{array} \right]$$

### Solution:

Sabemos que la función de iteración de Newton-Raphson es :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n \geq 0$$

Como es  $4^{1/6} = x \Rightarrow x^6 = 4$ , la función a elegir es por tanto

$$f(x) = x^6 - 4$$

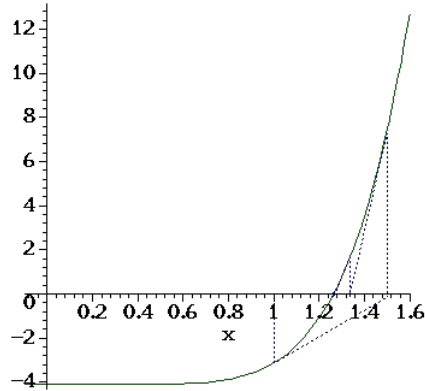
de la cual el valor pedido es un cero. Como su derivada es  $6x^5$ , la función de iteración que resulta es, una vez sustituido  $x_n$  por  $x$ :

$$x - 1/6 \frac{x^6 - 4}{x^5}, \quad \text{o bien} \quad 1/6 \frac{5x^6 + 4}{x^5}$$

Las iteraciones que se obtienen son las siguientes:

NEWTON-RAPHSON				
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1}  /  x_k $
0	1.0000000000000000	-3.0000000000000000	6.0000000000000000	0.0000000000000000
1	1.5000000000000000	7.3906250000000000	6.0000000000000000	0.3333333333333333
2	1.337791495198903	1.732322080399688	45.5625000000000000	0.121250961291976
3	1.270410838820339	0.204023570773429	25.709486572333488	0.053038477254437
4	1.260135216299757	0.004081349783259	19.855105650753784	0.008154380885216
5	1.259921140870936	0.000001732986296	19.065008094325558	0.000169911768186
6	1.259921049894890	0.0000000000000313	19.048819500978817	0.000000072207736
7	1.259921049894873	0.0000000000000000	19.048812623619635	0.000000000000013
8	1.259921049894873	0.0000000000000000	19.048812623618394	0.000000000000000

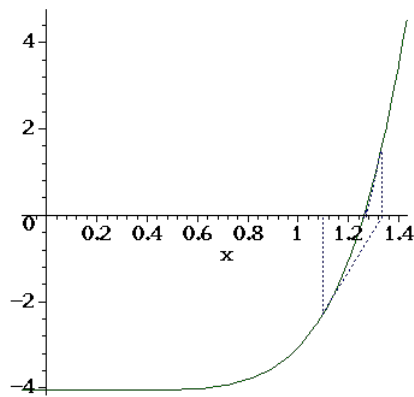
La convergencia se produjo en la iteración: 6. A continuación aparecen la función  $f(x) = x^6 - 4$ , así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



Si se parte de un valor más próximo al de la raíz, en general, el número de iteraciones necesario es menor:

NEWTON-RAPHSON				
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1}  /  x_k $
0	1.1000000000000000	-2.2284390000000000	9.6630600000000000	0.0000000000000000
1	1.330614215372770	1.550255208391829	9.6630600000000000	0.173314107656789
2	1.268671369494772	0.169604230818546	25.027187343719747	0.048824973407153
3	1.260070551932188	0.002848681238876	19.719547541199855	0.006825663491139
4	1.259921094232319	0.000000844575763	19.060116951868704	0.000118624650825
5	1.259921049894877	0.0000000000000074	19.048815975319472	0.00000035190651
6	1.259921049894873	0.0000000000000000	19.048812623618689	0.000000000000003
7	1.259921049894873	0.0000000000000000	19.048812623618394	0.000000000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. A continuación aparecen la función  $f(x) = x^6 - 4$ , así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



(cc) Jesús Garcia Quesada 2011