

# Raices

## Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener la cuarta iteración en el cálculo del logaritmo en base 2 del número 7 usando Newton-Raphson. Dar la función de iteración y el resultado numérico con seis decimales correctos. Entrar también el valor correcto a seis decimales del valor pedido. En la función de iteración sustituir  $x_n$  por  $x$ . Partir de  $x_0 = 1$ .

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\left[ \frac{x \ln(2) - 1 + 7 \cdot 2^{-x}}{\ln(2)} \right] \quad 2.82 \quad 2.81$$

### Solution:

Sabemos que la función de iteración de Newton-Raphson es :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n \geq 0$$

Como es  $\log_2 7 = x \Leftrightarrow 2^x = 7$ , la función a elegir es por tanto

$$f(x) = 2^x - 7$$

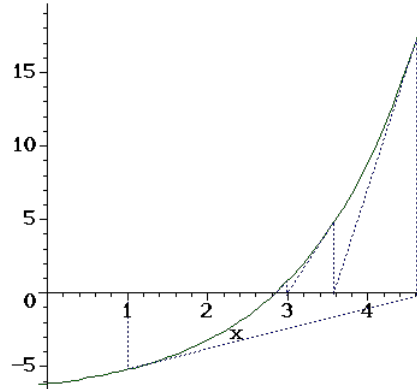
de la cual es raíz el logaritmo pedido. Como su derivada es  $2^x \ln(2)$ , la función de iteración que resulta es, una vez sustituido  $x_n$  por  $x$ :

$$x - \frac{2^x - 7}{2^x \ln(2)}, \quad \text{o bien} \quad \frac{x \ln(2) - 1 + 7 \cdot 2^{-x}}{\ln(2)}$$

Las iteraciones que se obtienen son las siguientes:

NEWTON-RAPHSON				
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1}  /  x_k $
0	1.0000000000000000	-5.0000000000000000	1.386294361119891	0.0000000000000000
1	4.606737602222409	17.364987921406947	1.386294361119891	0.782926642160479
2	3.578525232894712	4.946575589270561	16.888522682100348	0.287328522899911
3	2.981165762082643	0.896239573313962	8.280735187049157	0.200377811395081
4	2.817416881889304	0.048991578930042	5.473256197268438	0.058120216871680
5	2.807389928788812	0.000169855780013	4.885988638726156	0.00357162822239
6	2.807354922482317	0.000000002060718	4.852147998974635	0.000012469497966
7	2.807354922057604	0.0000000000000000	4.852030265347998	0.000000000151286
8	2.807354922057604	-0.0000000000000000	4.852030263919617	0.0000000000000000

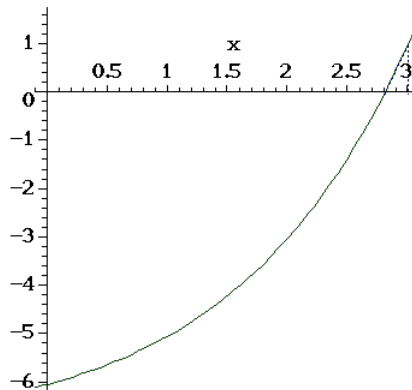
La convergencia se produjo en la iteración: 7. A continuación aparecen la función  $f(x) = 2^x - 7$ , así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



Si se parte de un valor más próximo al de la raíz, en general, el número de iteraciones necesario es menor:

NEWTON-RAPHSON				
k	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1}  /  x_k $
0	3.000000000000000	1.000000000000000	5.545177444479562	0.000000000000000
1	2.819663119888880	0.059975220676763	5.545177444479562	0.063956888622293
2	2.807407276101613	0.000254028015160	4.893601919035176	0.004365538228670
3	2.807354923007532	0.000000004609079	4.852206342722109	0.000018648548373
4	2.807354922057604	0.000000000000000	4.852030267114387	0.000000000338371
5	2.807354922057604	-0.000000000000000	4.852030263919617	0.000000000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 4. A continuación aparecen la función  $f(x) = 2^x - 7$ , así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



(cc) Jesús Garcia Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
<a href="#">1</a>	2.50	-
Total	2.50	0.00

---

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

---

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).