

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = \cos(4x-1) + 0.5$ en el intervalo $[0,1]$ por el método de la secante. Entrar también la sexta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 0.774 & 0.774 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ (la raíz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f'(\alpha)}{2f(\alpha)} \right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f'(\alpha)}{2f(\alpha)} \right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=0$, $x_1=b=1$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2 :

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 1 - (\cos(3) + 0.5) \frac{1 - 0}{\cos(3) + 0.5 - (\cos(1) + 0.5)} = 0.6798051618$$

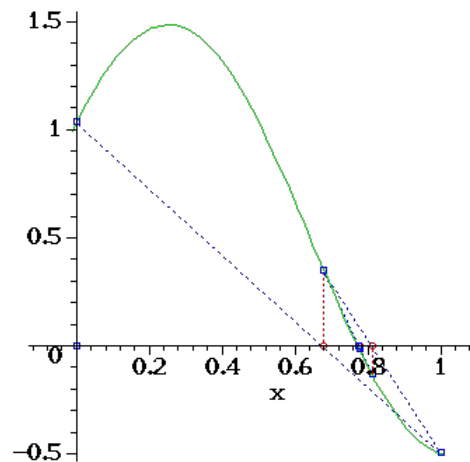
y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^{1.618}$
0	0.0000000000000000	1.040302305868140	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	1.0000000000000000	-0.489992496600445	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	0.679805161848542	0.352120038611141	0.4710097188	0.3201948382	0.0000000000
3	0.813691090460982	-0.131873501461216	0.1645414706	0.1338859286	0.8452293224
4	0.777211251908035	-0.012461350505488	0.0469368379	0.0364798386	0.9440517086
5	0.773404369183341	0.000673594683584	0.0049222410	0.0038068827	0.8075471589
6	0.773599596184861	-0.000002842592541	0.0002523618	0.0001952270	1.6039042424
7	0.773598775782382	-0.000000000637681	0.0000010605	0.0000008204	0.8240118014
8	0.773598775598299	0.000000000000001	0.0000000002	0.0000000002	1.2945472156
9	0.773598775598299	-0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 7. Como es $f(x) = -4 \sin(4x - 1)$ y $f'(x) = -16 \cos(4x - 1)$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 0.77359877559829869866$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 1.929645340295825208, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



(cc) Jesús García Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).