

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = \cos(7x - 0.2) - 0.8$ en el intervalo $[0, 0.2]$ por el método de la secante. Entrar también la sexta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 0.120 \\ 0.121 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ (la raíz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1, 2, \dots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f''(\alpha)}{2f'(\alpha)} \right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f''(\alpha)}{2f'(\alpha)} \right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=0$, $x_1=b=0.2$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2 :

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 0.2 - (-0.4376422455) \frac{0.2 - (0)}{-0.4376422455 - (0.1800665778)} = 0.0583014427$$

y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

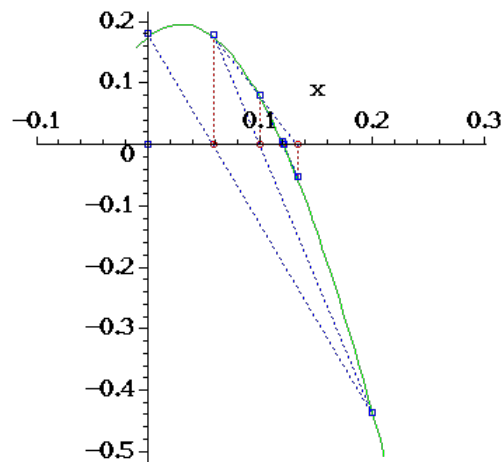
MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^{1.618}$
0	0.0000000000000000	0.180066577841242	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	0.2000000000000000	-0.437642245523326	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	0.058301442696073	0.178423136460542	2.4304468423	0.1416985573	0.0000000000
3	0.099339783374600	0.079788855112772	0.4131108332	0.0410383407	0.9689035097
4	0.132537188716080	-0.053333893951883	0.2504761544	0.0331974053	5.8205370371
5	0.119237081045525	0.005273586829622	0.1115433853	0.0133001077	3.2863109681
6	0.120433844184099	0.000278433500282	0.0099370999	0.0011967631	1.2990042152
7	0.120500552636815	-0.000001655801700	0.0005535946	0.0000667085	3.5642125353
8	0.120500158276986	0.000000000512631	0.0000032727	0.0000003944	2.2509612922
9	0.120500158399040	0.000000000000001	0.0000000010	0.0000000001	2.8080202463

10	0.120500158399041	-0.000000000000000	0.00000000000	0.00000000000	0.00000000000
----	-------------------	--------------------	---------------	---------------	---------------

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 8. Como es $f(x) = -7 \sin(7x - 0.2)$ y $f'(x) = -49 \cos(7x - 0.2)$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 0.12050015839904040213$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 2.5908733905759168945, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



(cc) Jesús García Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).