

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = x^3 - 117.6$ en el intervalo $[1,5]$ por el método de la secante. Entrar también la quinta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 4.90 & 4.90 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ (la raíz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f'(\alpha)}{2f(\alpha)} \right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f'(\alpha)}{2f(\alpha)} \right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=1$, $x_1=b=5$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2 :

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 5 - (7.4) \frac{5 - (1)}{7.4 - (-116.6)} = 4.761290323$$

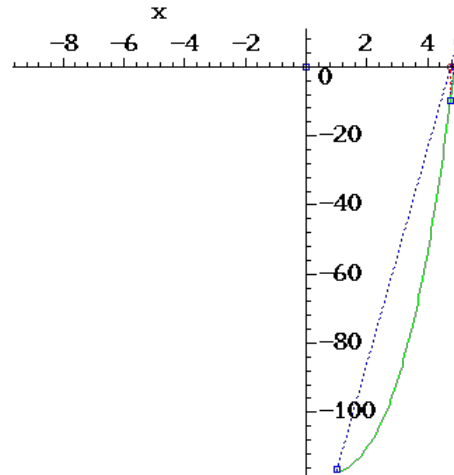
y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^{1.618}$
0	1.0000000000000000	-116.6000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	5.0000000000000000	7.4000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	4.761290322580645	-9.662093383907892	0.0501355014	0.2387096774	0.0000000000
3	4.896469233103058	-0.205137928773647	0.0276074257	0.1351789105	1.3725091235
4	4.899401500453793	0.005895343037413	0.0005984950	0.0029322674	0.0747124360
5	4.899319585778625	-0.000003431116997	0.0000167196	0.0000819147	1.0266593001
6	4.899319633425615	-0.000000000057333	0.0000000097	0.0000000476	0.1950815599
7	4.899319633426412	0.0000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 5. Como es $f(x)=3x^2$ y $f'(x)=6x$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 4.8993196334256154026$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.37453817649808918241 , que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



(cc) Jesús García Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).